

Poznań, 28 września 2009 r.

Dr hab. Maciej Wygalak, prof. UAM
Uniwersytet im. Adama Mickiewicza w Poznaniu
Wydział Matematyki i Informatyki

Recenzja
rozprawy doktorskiej mgra Bartłomieja Starosty
pt.: „Metazbiory. Implementacja relacji i operacji algebraicznych”

Przedmiotem rozprawy jest koncepcja metazbiorów, zaproponowana i rozwijana przez Kandydata. Dysertacja podzielona jest na 8 rozdziałów. Rozpoczyna się przedstawieniem jej celu i struktury, z wyodrębnieniem części teoretycznej i zastosowaniowej, a kończy spisem bibliograficznym oraz indeksami pojęć i symboli. Za integralną część rozprawy trzeba też uważać załączoną płytę CD z przygotowanymi przez Autora dwiema aplikacjami.

Rozdziały 1 i 2 mają charakter wstępny. Pierwszy prezentuje zjawisko i problem nieprecyzyjności (nieostrości) informacji, trafnie akcentując ich powszechność i nieusuwalność oraz ważkość. Autor nieco idealizuje przypadek matematyki i przedstawia ją jako oazę totalnej precyzji używanych pojęć, zapominając o całkiem licznych kontrprzykładach, jak: *macierz rzadka, iteracja szybko zbieżna, x znacznie większe od y* itd.

Rozdział 2 („Motywacje”) szkicuje m. in. historię powstawania i rozwoju narzędzi formalnych do modelowania i przetwarzania informacji nieprecyzyjnej. Wspomniane są zbiory rozmyte Zadeha (ang. *fuzzy sets*), zbiory L-rozmyte Goguena (*L-fuzzy sets*), zbiory rozmyte typu 2, interwałowe zbiory rozmyte, tzw. intuicjonistyczne zbiory rozmyte Atanassova, zbiory przybliżone Pawłaka oraz semizbiory Vopěnki i Hájka. Jako nowy element tego nurtu Autor lokuje koncepcję metazbiorów. Omawiany rozdział jest potrzebnym fragmentem dysertacji, lecz wymaga kilku uwag krytycznych.

- W definicji funkcji przynależności zbioru rozmytego figuruje znak \mapsto zamiast \rightarrow ; podobnie jest na str. 57.
- Brakuje mi wzmianki o równoważności koncepcji Atanassova z interwałowymi zbiorami rozmytymi, omawianej np. w artykule D. Dubois, S. Gottwald, P. Hájek, J. Kacprzyk, H. Prade, Terminological difficulties in fuzzy set theory – The case of „Intuitionistic Fuzzy Sets”, *Fuzzy Sets and Systems* 156(2005)485-491.
- W przeglądzie różnych koncepcji stopni przynależności zabrakło mi także idei dwoistych zbiorów rozmytych (*twofold fuzzy sets*) i odwołania np. do pracy D. Dubois, H. Prade, *Twofold fuzzy sets and rough sets – Some issues in knowledge representation*, *Fuzzy Sets and Systems* 23(1987)3-18.
- Autor wspomina pracę R. Gilesa z 1976 r. ([13]) jako pracę o związkach między zbiorami rozmytymi a logiką rozmytą Zadeha. Jak sam tytuł wskazuje, jest to praca o związkach zbiorów rozmytych z logiką Łukasiewicza. W odniesieniu do obu kwestii, bardziej aktualne byłoby odwołanie np. do którejś z monografii:
 - S. Gottwald, *A Treatise on Many-Valued Logics*, Research Studies Press, 2001,
 - P. Hájek, *Metamathematics of Fuzzy Logic*, Kluwer, 1998.

Zasadniczą część rozprawy otwiera rozdział 3. Po ustaleniu terminologii i oznaczeń, Autor definiuje, indukcyjnie, metazbiory (def. 3.2.1), wyodrębnia podstawowe klasy metazbiorów, formułuje pierwsze własności.

W bardziej nieformalnym ujęciu, metazbiór jest zbiorem nie w pełni określonym, który można „skonkretyzować” na różne sposoby. Metazbiór można też rozumieć jako kolekcję elementów o stopniowanym należeniu. Stopnie przynależności nie mają jednak charakteru

numerycznego, jak w przypadku zbiorów rozmytych, lecz są reprezentowane przez węzły drzewa binarnego. Uważam to za ciekawe, oryginalne podejście do modelowania wielowartościowości należenia. Prezentacja w omawianym rozdziale jest przejrzysta i konsekwentna. Chciałbym jednak sformułować dwa drobne zastrzeżenia. Nie rozumiem pierwszego zdania w §3.2.1: „Elementami zwykłych zbiorów są zbiory”; chodzi chyba o to, że „mogą być”. Po drugie, Autor używa, nie tylko w omawianym rozdziale, zwrotów typu: *jakiś zbiór*, *jakiś warunek*. Bardziej eleganckie byłyby określenia *pewien* lub *dowolny zbiór*, *warunek*.

W rozdziale 4 Kandydat definiuje w sposób ogólny i bada wybrane własności podstawowych relacji dla metazbiorów; mylący jest więc tytuł rozdziału: „Działania na metazbiorach”. Autor rozpoczyna od relacji wymuszania, inspirowanej techniką forsingu. Relacja wymuszania jest potem wykorzystywana w §4.2 w definicjach relacji należenia jednego metazbioru do innego, relacji równości i zawierania. Zastrzeżenie budzi fakt, że Autor stosuje w niektórych miejscach (np. na str. 22, 24, 30) rozłączną pisownię: „meta zbiór” zamiast „metazbiór”.

Najobszerniejszą i – w moim odczuciu – kluczową częścią rozprawy jest rozdział 5, poświęcony ważnej klasie metazbiorów – metazbiorom pierwszego poziomu i stanowiący pewnego rodzaju pomost między teorią a zastosowaniami metazbiorów. Metazbiory pierwszego poziomu, określone formalnie w def. 5.1.1, można rozumieć jako metazbiory o elementach będących zbiorami w zwykłym sensie. Dla tego ważnego przypadku metazbiorów Autor określa i od podstaw bada m. in. podstawowe relacje (należenia, inkluzji, równości) oraz podstawowe operacje (sumy, przecięcia, różnicy); dopełnienie jest później określone przez różnicę. Zwieńczeniem tych rozważań jest tw. 5.5.9 mówiące, że wynikowa algebra jest algebrą Boole’a. Przy okazji należy zauważyć, że ostatnią parę aksjomatów w def. 5.5.2 algebry Boole’a Autor nazwał „odwrotnością”; nazwa „dopełnialność” lub „warunek dopełnienia/uzupełnienia” byłaby tu właściwsza. Podsumowując, rozdział 5 jest dobrze napisany i zawiera solidną, systematyczną analizę teoretycznych podstaw metazbiorów (pierwszego poziomu). Celowo nie wyróżniam żadnego z kilkudziesięciu uzyskanych wyników, gdyż należy traktować je jako zwartą całość.

Rozdział 6 poświęcony został określeniu relacji między metazbiorami a zbiorami rozmytymi. Jest kontrowersyjny. Autor pokazuje, jak (skończony) zbiór rozmyty o funkcji przynależności przyjmującej wartości wymierne, o mianownikach będących potęgami dwójki, można przedstawić jako metazbiór (pierwszego poziomu); ograniczenie do takiej klasy zbiorów rozmytych nie jest krępujące z punktu widzenia obliczeń komputerowych. Ponadto pokazano, że reprezentacja ta jest zachowana przez sumy i przekroje. W bardzo ważnym przypadku dopełnienia, pominiętym przez Autora, domyślamy się jednak, że nie można oczekiwać, by reprezentacja dopełnienia zbioru rozmytego była równa dopełnieniu reprezentacji samego zbioru rozmytego, gdyż dopełnienie zbioru rozmytego jest dopełnieniem ogólniejszym, typu de Morgana, niż boolowskie dopełnienie metazbioru. Omawiana metoda reprezentacji ma więc istotną słabość. Autor twierdzi dalej, że metodę tę można rozszerzyć na dowolne zbiory rozmyte, a też m. in. na intuicjonistyczne zbiory rozmyte Atanassova. Na tej podstawie formułuje tezę, iż metazbiory uogólniają zbiory rozmyte. Powstaje kolejny, zasadniczy kłopot i sprzeczność, jeśli byśmy chcieli uwierzyć Autorowi: metazbiory tworzyłyby wówczas algebrę mniej ogólną (algebrę Boole’a) niż algebra zbiorów rozmytych (algebra de Morgana). Teza o uogólnianiu zbiorów rozmytych przez metazbiory wydaje się zatem nie do obrony. Metazbiory oferują po prostu inne, nienumeryczne podejście do wielowartościowości należenia.

Ważnym i interesującym elementem rozprawy jest zastosowaniowy rozdział 7. Autor przedstawia w nim własną bibliotekę operacji na metazbiorach, wykonaną w języku Java. Biblioteka ta jest podstawą dwóch aplikacji, stworzonych przez Kandydata. Pierwsza ma

charakter edukacyjny (§7.3.1). Umożliwia wizualne definiowanie metazbiorów, wykonywanie operacji na nich i testowanie relacji mnogościowych.

Druga aplikacja jest zastosowaniem metodologii metazbiorów w rozpoznawaniu znaków (§7.3.2). Umożliwia zdefiniowanie złożonego wzorca znaku, implementowanego jako metazbiór i składającego się z kilku próbek znaku oraz ocen ich jakości. Testowa próbka też jest przedstawiana w postaci metazbioru. Pozwala to wyznaczyć stopnie podobieństwa próbki testowej do wzorca i jego elementów. Ta aplikacja podoba się. Szkoda tylko, że Autor nie porównał skuteczności swojej metody z innymi metodami rozpoznawania znaków. Trafnie i rzetelnie określił natomiast na str. 72 elementy zaproponowanego mechanizmu rozpoznawania znaków, wymagające dalszej analizy.

Moim zdaniem, problematyka rozpoznawania obiektów, niekoniecznie znaków, z użyciem złożonych wzorców, jest naturalnym i obiecującym kierunkiem zastosowań metazbiorów, a ich metodologia może tam konkurować ze zbiorami rozmytymi.

Kandydat idzie znacznie dalej: uważa, że metazbiory mogą być w ogóle „poważną alternatywą” dla zbiorów rozmytych w przetwarzaniu nieostrych danych. Wydaje się to mało prawdopodobne. Wielką zaletą zbiorów rozmytych i numerycznego ujmowania stopni przynależności jest prostota i łatwość użycia w różnych sytuacjach. Metazbiory oferują ciekawą, lecz wyrefinowaną i znacznie bardziej skomplikowaną, nienumeryczną optykę stopni należenia, co w kontekście ewentualnych szerokich zastosowań jest wadą, nie zaletą.

Rozprawę zamyka krótki rozdział 8, w którym Autor dokonuje pewnego podsumowania rozważań oraz formułuje wnioski i zadania badawcze na przyszłość. Całość dysertacji oparta jest na 38-pozycyjnej bibliografii, w sumie dobrze zestawionej i wykorzystanej.

Język rozprawy jest sprawny i żywy. Rozważania są właściwie ilustrowane przykładami oraz pomocnymi rysunkami. Chciałbym też dodać, że służyłem referatu o metazbiorach i ich zastosowaniach, wygłoszonego przez p. Starostę wiosną br. na Wydziale Matematyki i Informatyki UAM. Było to wystąpienie sprawne, interesujące i kompetentne, pokazujące, że metazbiory są pasją badawczą Kandydata, a nie tylko „zadaniem domowym” do odrobienia.

Podsumowując, uważam, że p. mgr B. Starosta przedstawił dobrą rozprawę doktorską, starannie zredagowaną i przejrzysto zorganizowaną, w której sformułował i rozwinął oryginalną i ciekawą koncepcję metazbiorów, ich podstawy teoretyczne i zastosowania. Kandydat wykazał się właściwym opanowaniem warsztatu badawczego i znajomością literatury przedmiotu. Autor publikował już uzyskane wyniki w tomach zbiorowych w uznanych seriach wydawnictwa Springer. Sformułowane przeze mnie uwagi krytyczne, szczególnie w odniesieniu do rozdziału 6, nie umniejszają zdecydowanie pozytywnej oceny, dotycząc raczej warstwy „ideologicznej” rozprawy, a nie koncepcyjnej czy merytorycznej. Wyniki przedstawione w dysertacji są, moim zdaniem, wartościowym wkładem Autora w problematykę reprezentacji wiedzy, a na szczególną uwagę zasługują rozdziały 5 i 7.

Uważam, że dysertacja mgra Bartłomieja Starosty spełnia wszelkie wymagania stawiane rozprawom doktorskim przez odnośne przepisy. Wnoszę o jej przyjęcie i dopuszczenie Kandydata do publicznej obrony.

Maciej Wygrał